

REPARTO PROPORCIONAL

Una cantidad es proporcional a otra si guarda una relación sobre la misma. Cuando se reparten cantidades en función a unas proporcionalidades se utiliza los criterios de repartos proporcionales.

1.10 Magnitud Física. Es todo aquello que es susceptible de una medición, por ejemplo la longitud, el área, el volumen, también la velocidad, la aceleración, la temperatura, la densidad, la presión etc.

1.10.1. Magnitudes Directamente Proporcionales. Dos magnitudes son directamente proporcionales, si al aumentar una de ellas la otra magnitud aumenta proporcionalmente. De igual forma si una magnitud disminuye, la otra magnitud disminuye proporcionalmente.

El cociente de ambas magnitudes permanece constante




El número de lápices y su costo representan magnitudes directamente proporcionales.

No de lápices	3	6	12	24
Costo S/	1	2	4	?

Observar que su cociente siempre es 3. El costo de 24 lápices será de 8 soles. El número de operarios y la cantidad de objetos fabricados son magnitudes directamente proporcionales.

No Operarios	16	32	48	64	80
No Objetos	4	8	12	16	?

Otros ejemplos de magnitudes directamente proporcionales:

Temperatura		Velocidad de una reacción
Soluto disuelto		Concentración de una solución
Temperatura		Energía cinética de un gas

1.10.2. Magnitudes Inversamente Proporcionales. Dos magnitudes son inversamente proporcionales, si al aumentar una de ellas la otra magnitud disminuye proporcionalmente. De igual forma si una magnitud disminuye, la

otra magnitud aumenta proporcionalmente.

El producto de sus valores permanece constante

Ejemplos:

La velocidad	→	Tiempo en llegar a un lugar. Si la distancia es la misma.
El número de obreros	→	Tiempo en realizar una obra.
Horas diarias de trabajo	→	Tiempo en realizar una obra.
La presión	→	Volumen de un gas, si la temperatura es constante.
El número de personas	→	Tiempo que dura los víveres, si las raciones diarias son las mismas

1.11 Regla de Tres Simple.

Para resolver los ejercicios de regla de tres simple, se debe tener presente los conceptos de magnitudes directamente e inversamente proporcionales.

a. Un ventilador en 10 minutos da 40 vueltas. ¿Cuántas vueltas dará en 2 horas y 15 minutos, si su velocidad es constante?

Solución: Las 2 horas y 15 minutos equivalen 135 minutos y estableciendo la regla de tres simple directa, pues las dos magnitudes aumentan:

+	↓	En 10 minutos	→	da 40 vueltas	↓	+
		En 135 minutos	→	dará x vueltas		

Como su cociente es constante:

$$\frac{10 \text{ minutos}}{135 \text{ minutos}} = \frac{40 \text{ vueltas}}{x \text{ vueltas}}$$

Resolviendo la ecuación:

$$x = \frac{(40)(135)}{10} = 540 \text{ vueltas}$$

b. Si tres ampollas de dexametazona cuestan 3,60 soles. ¿Cuál será el costo de docena y media de ampollas?

Solución. En docena y media hay 18 ampollas y estableciendo la regla de tres simple directa, pues las dos magnitudes aumentan:

$$+ \begin{array}{l} \downarrow \text{Si 3 ampollas} \longrightarrow \text{cuesta 3,60 soles} \\ \downarrow \text{18 ampollas} \longrightarrow \text{costará } x \text{ soles} \end{array} \downarrow +$$

Como su cociente es constante:

$$\frac{3 \text{ ampollas}}{18 \text{ ampollas}} = \frac{3,60 \text{ soles}}{x \text{ soles}}$$

Resolviendo la ecuación:

$$x = \frac{(18)(3,60)}{3} = 21,60 \text{ soles}$$

c. Cuatro operarios realizan una obra en 25 días. ¿Cuántos operarios deben aumentarse para realizar la misma obra en 10 días?

Solución: Es una regla de tres simple inversa, al disminuir los días deben aumentar los operarios.

$$+ \begin{array}{l} \downarrow 4 \text{ Operarios realizan la obra} \longrightarrow \text{en 25 días} \\ \downarrow x \text{ Operarios lo realizarán} \longrightarrow \text{en 10 días} \end{array} \downarrow -$$

$$x = \frac{(4 \text{ operarios})(25 \text{ días})}{10 \text{ días}} = 10 \text{ operarios}$$

Como se tiene 4 operarios, se debe aumentar 6.

d. Un caño vierte agua a razón de 15 litros/min y tarda en llenar un tanque en 6 horas. ¿En qué tiempo se llenará el tanque, si el caudal se aumenta a razón de 18 litros/min?

Solución: Al aumentar el caudal el tiempo para llenar el tanque debe disminuir, por lo tanto es una regla de tres simple inversa:

$$+ \begin{array}{l} \downarrow 15 \text{ litros/min} \longrightarrow 6 \text{ horas} \\ \downarrow 18 \text{ litros/min} \longrightarrow x \text{ horas} \end{array} \downarrow -$$

$$x = \frac{(15 \text{ litros/min})(6 \text{ horas})}{(18 \text{ litros/min})}$$

$$x = 5 \text{ horas}$$

e. Una guarnición de 15 soldados tiene víveres para 20 días. ¿Cuántos soldados debe aumentarse, si se desea que los víveres duren 12 días y las raciones diarias son las mismas?

Solución: Si los víveres duran menos días se debe aumentar el número de soldados, por lo tanto es una regla de tres simple inversa:

$$\begin{array}{ccc}
 15 \text{ soldados} & \longrightarrow & 20 \text{ días} \\
 + \downarrow & & \downarrow - \\
 x \text{ soldados} & \longrightarrow & 12 \text{ días}
 \end{array}$$

$$x = \frac{(15 \text{ soldados})(20 \text{ días})}{12 \text{ días}}$$

$$x = 25 \text{ soldados}$$

Como se tiene 15 soldados se debe aumentar 10 soldados.

1.12 Reparto Proporcional. Es dividir una cantidad proporcional a otros números.

1.12.1 Reparto Directo. Corresponde una mayor proporción al mayor número.

Por ejemplo: Repartir 1200 directamente proporcional a los números 2, 3 y 5 .

Solución: Se multiplica la cantidad a repartir por cada uno de los números y se divide entre la suma de dichos números.

$$x = \frac{(1200)(2)}{2 + 3 + 5} = \frac{2400}{10} = 240$$

$$y = \frac{(1200)(3)}{2 + 3 + 5} = \frac{3600}{10} = 360$$

$$z = \frac{(1200)(5)}{2 + 3 + 5} = \frac{6000}{10} = 600$$

La suma total corresponde a $240 + 360 + 600 = 1200$

1.12.2 Reparto Inverso.

Corresponde una menor proporción al mayor número.

Recordar que los inversos de los siguientes números son:

Número	Inversos
4	$\frac{1}{4}$
7	$\frac{1}{7}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$
$\frac{5}{8}$	$\frac{8}{5}$

Por ejemplo: Repartir 1200 inversamente proporcional a los números 2, 3 y 5 .

Solución: Se halla los inversos de los números y luego se reparte directamente proporcional a dichos números:

$$x = \frac{(1200) \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1200}{2}}{\frac{31}{30}} = \frac{(1200)(30)}{(2)(31)} = 580,6$$

$$y = \frac{(1200) \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1200}{3}}{\frac{31}{30}} = \frac{(1200)(30)}{(3)(31)} = 387,1$$

$$z = \frac{(1200) \frac{1}{5}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1200}{5}}{\frac{31}{30}} = \frac{(1200)(30)}{(5)(31)} = 232,3$$

La suma de $580,6 + 387,1 + 232,3 = 1200$, en algunos casos por los decimales no da exactamente la cantidad repartida.

1.12.3 Reparto Mixto.

Consiste en repartir de forma directa respecto a varios números y de forma inversa respecto a otros.

Para resolver basta multiplicar cada uno de los números por los inversos de sus correspondientes y hacer luego el reparto directo a dichos números resultantes.

Por ejemplo: Repartir 2400 directamente a $2, \frac{3}{4}, 5$ e inversamente proporcional a $3, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$.

Solución: Se puede establecer el siguiente cuadro:

Cantidad a repartir	Directo a	Inverso a	Factor de Reparto
2400	2	3	$(2) \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$
	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2}$
	5	$\frac{5}{2}$	$(5) \left(\frac{2}{5}\right) = 2$

Ahora se reparte los 2400 directamente a los números $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 2$.

$$x = \frac{(2400) \left(\frac{2}{3}\right)}{\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + 2} = \frac{\frac{4800}{3}}{\frac{19}{6}} = \frac{(4800)(6)}{(3)(19)} = 505,3$$

$$y = \frac{(2400) \left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + 2} = \frac{\frac{2400}{2}}{\frac{19}{6}} = \frac{(2400)(6)}{(2)(19)} = 378,9$$

$$z = \frac{(2400)(2)}{\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + 2} = \frac{4800}{\frac{19}{6}} = \frac{(4800)(6)}{19} = 1515,8$$

La suma de $505,3 + 378,9 + 1515,8 = 2400$

AUTOEVALUACIÓN

1. Una guarnición de 80 soldados tiene víveres para 30 días, si llegan 40 soldados de refuerzo. ¿Para cuántos días alcanzarán los víveres si las raciones diarias son las mismas?

Solución: 20 días.

2. Si 4 operarios hacen una obra en 20 días ¿Cuántos operarios debe aumentarse para hacer la misma obra en 5 días?

Solución: 12 operarios.

3. Pedro tiene 30 años, ¿Cuál será su edad después de aumentarse el 20%?

Solución: 36 años.

4. De un pueblo de 3000 habitantes acuden a las elecciones de su alcalde 1200 habitantes. ¿Qué porcentaje ha asistido a dicho evento?

Solución: 40%

5. Si un auto tarda 3 horas en recorrer un camino a 20 km./h. ¿Cuánto tardará en realizar ese mismo recorrido a 60 km./h ?

Solución: 1 hora.

6. Repartir 1200 directamente a los números 1, 2, 3, 4 .

Solución: 120, 240, 360, 480 .

7. Las utilidades de una empresa al término del año ascienden a 12000 soles. El capital es aportado por tres socios: Juan con 2000 soles, Antonio con 3000 soles y Pedro con 5000 soles ¿Cuánto corresponde de utilidad a cada uno

de los socios?

Solución: Juan 2400 soles, Antonio 3600 soles, Pedro 6000 soles.

8. Repartir 1100 inversamente proporcionales a los números 1, 2, 3 .

Solución: 600, 300, 200 .

9. Repartir 1200 directamente a 1, 2, 3 e inversamente proporcional a $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}$.

Solución: 138,5 – 369,2 – 692,3

10. José por trabajar 6 horas diarias recibe como salario 480 soles semanales.

El gerente indica que aumentará su trabajo en 2 horas diarias. ¿Cuál será su nuevo sueldo?

Solución: 640 soles.

11. Un ventilador da 600 vueltas en 10 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 1 hora y 20 minutos?

Solución: 4800 vueltas

12. Trabajando 4 horas diarias los obreros de una empresa demoran 9 días para terminar una obra ¿En cuántos días terminarán la misma obra trabajando a razón de 3 horas diarias?

Solución: 12 días.

13. Se repartirá la utilidad de 6000 soles entre los trabajadores de una empresa en función a su productividad. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

Trabajador	Productividad
Luis Calderon Yarlequé	100
Julio Rojas Yoshida	200
Jaime Paredes Sánchez	300
Alfredo Medina Corcuera	400

Solución: Luis: 600 soles, Julio 1200 soles, Jaime 1800 y Alfredo 2400 soles.