

## RELACIONES BINARIAS

**2.7 Concepto.** Es una relación entre los componentes de dos conjuntos A y B.

Las expresiones  $12 > 7$  y  $4 < 8$  establecen relaciones entre números.

**2.7.1 Par Ordenado.** Conjunto de elementos donde cada uno de ellos tiene un lugar fijo.

Cuando los componentes son  $x$  e  $y$  el par ordenado se simboliza por:  
 $(x, y)$

**2.7.2 Producto Cartesiano.** Son todos los pares ordenados formados por los componentes de los conjuntos A y B.

Con los conjuntos:  $A = \{2, 4, 7\}$  y  $B = \{3, 5\}$

El producto cartesiano es:

$$A \times B = \{(2, 3), (2, 5), (4, 3), (4, 5), (7, 3), (7, 5)\}$$

La relación binaria es una parte o un subconjunto del producto cartesiano  $A \times B$ .  
Por ejemplo:

$$R_1 = \{(2, 3), (4, 3), (7, 5)\}$$

$$R_2 = \{(2, 5), (4, 3), (7, 3)\}$$

**2.7.2.1 Dominio de una Relación.** Son los primeros componentes de los pares ordenados de una relación.

$$\text{El dom}(R_1) = \{2, 4, 7\}$$

$$\text{El dom}(R_2) = \{2, 4, 7\}$$

**2.7.2.2 Rango de una Relación.** Son los segundos componentes de los pares ordenados de una relación.

$$\text{El ran}(R_1) = \{3, 5\}$$

$$\text{El ran}(R_2) = \{5, 3\}$$

## 2.8 Sistema de Coordenadas Rectangulares.

Un par ordenado  $\{x, y\}$ , se representa sobre dos rectas perpendiculares, denominado sistema de coordenadas en el plano.

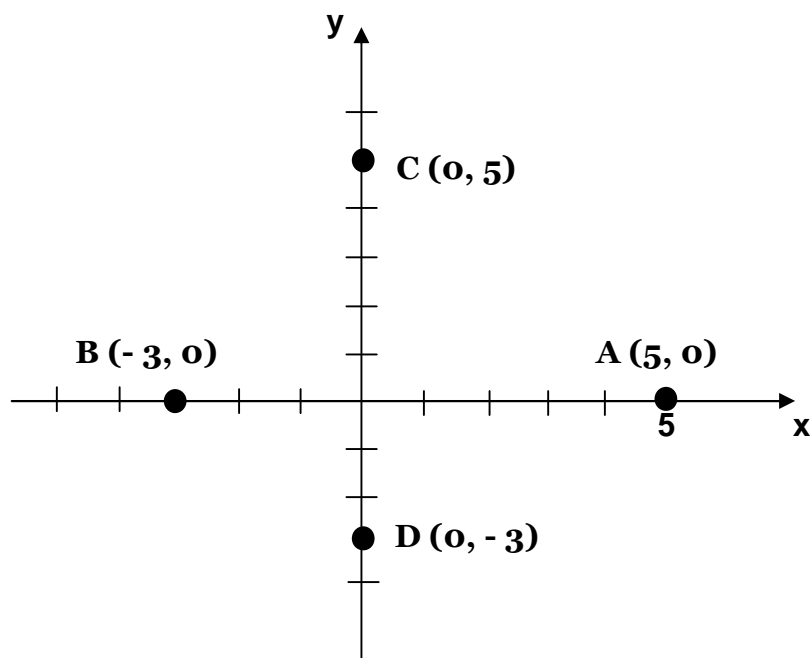
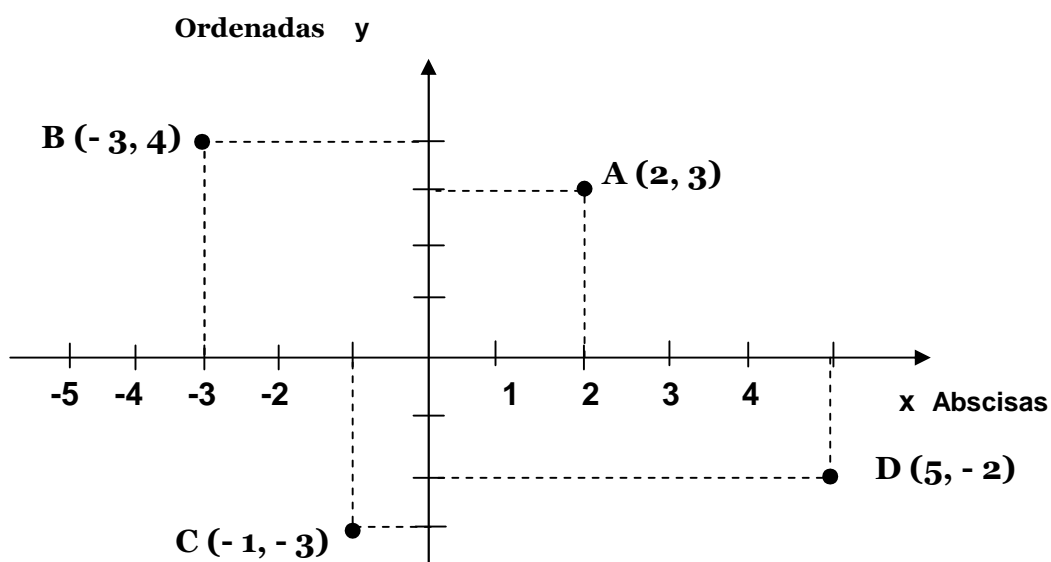
- En el eje horizontal ( abscisas ), se ubican las primeras componentes:  $x$
- En el eje vertical ( ordenadas ), se ubican las segundas componentes:  $y$

En el centro del origen, se ubican las coordenadas  $\{0, 0\}$ .

### 2.8.1 Puntos en el Plano Cartesiano.

El plano cartesiano se divide en cuatro cuadrantes:

- En el primer cuadrante, las abscisas y ordenadas son positivas:  $A(2, 3)$ .
- En el segundo cuadrante, las abscisas son negativas y las ordenadas positivas:  $B(-3, 4)$ .
- En el tercer cuadrante, las abscisas y ordenadas son negativas:  $C(-1, -3)$ .
- En el cuarto cuadrante, las abscisas son positivas y las ordenadas negativas:  $D(5, -2)$ .

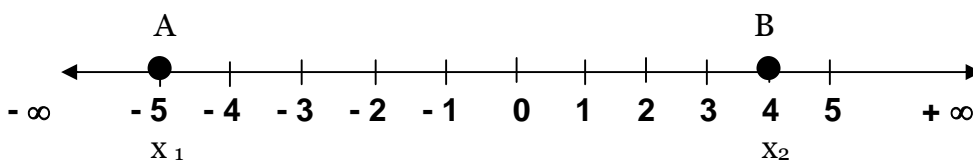


Los puntos en el eje  $x$ , tienen solo el valor de la abscisa:  $A(5, 0)$ ,  $B(-3, 0)$ .

Los puntos en el eje  $y$ , tienen solo el valor de la ordenada:  $C(0, 5)$ ,  $D(0, -3)$ .

## 2.9 Distancia entre dos Puntos.

**2.9.1 En el Plano Unidimensional.** Se determina por el valor absoluto de la diferencia entre dichos puntos.

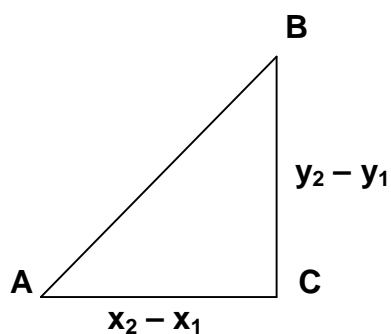
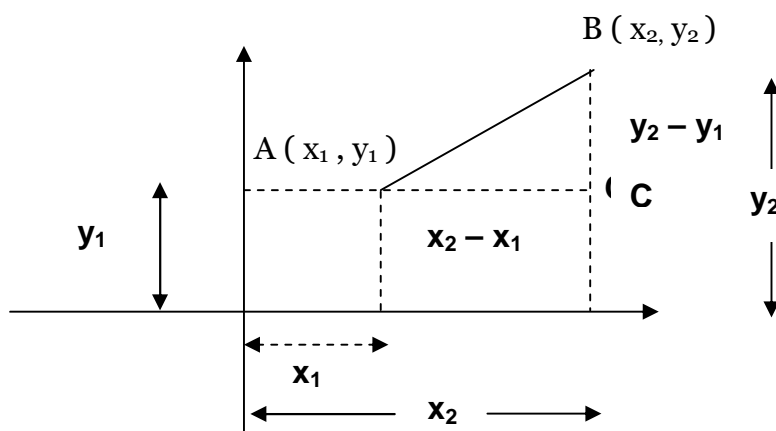


$$|AB| = x_2 - x_1 = |4 - (-5)| = |4 + 5| = 9$$

$$|BA| = x_1 - x_2 = |-5 - 4| = |-9| = 9$$

La distancia de A a B, es la misma que de B a A.

**2.9.2 En el Plano Bidimensional.** Se calcula usando el teorema de Pitágoras.



En el Rectángulo A B C

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Hallar la distancia entre los puntos:

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{A} & \mathbf{(2 \quad 5)} & \text{y} & \mathbf{B} & \mathbf{(-6 \quad -3)} \\ & \downarrow \quad \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow & \\ & \mathbf{x_1 \quad y_1} & & \mathbf{x_2 \quad y_2} & \end{array}$$

Tener presente que las coordenadas de  $x_1$ ,  $y_1$  cambian siempre de signo

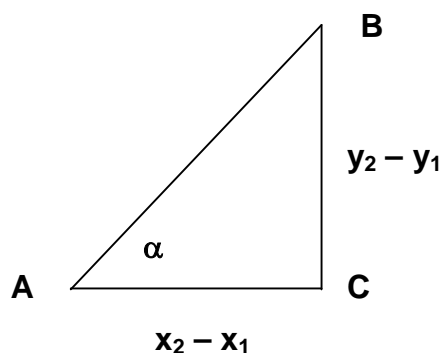
$$AB = \sqrt{(-6 - 2)^2 + (-3 - 5)^2} = \sqrt{64 + 64} = \sqrt{128}$$

**2.10 Pendiente de la Recta.** Representa la inclinación entre dos puntos:  $m$

En el triángulo rectángulo ABC se tiene:

$$tg \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Pero  $tg \alpha = m$



Entonces la pendiente  $m$  se calcula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

La pendiente de una recta ( $m$ ) y la tangente de su ángulo tienen el mismo valor.

Por ejemplo, calcular la pendiente de la recta cuyos puntos son:  $A(2, -5)$  y  $B(-6, -3)$

$$m = \frac{-3 - (-5)}{-6 - 2} = \frac{-3 + 5}{-8} = \frac{2}{-8} = -\frac{1}{4}$$

Si la pendiente es positiva, el ángulo de la recta es menor de  $90^\circ$  y si negativa el ángulo de la recta es mayor de  $90^\circ$ .

## FUNCIONES

**2.14 Concepto.** Una función es un caso particular de las relaciones binarias, donde los primeros componentes no se repiten.

Toda función es una relación, pero no toda relación es una función

**2.15 Gráfico de Funciones:** Se dan valores a la variable independiente (x) y se calcula los respectivos valores de la variable dependiente (y). Los pares ordenados se grafican en el plano cartesiano.

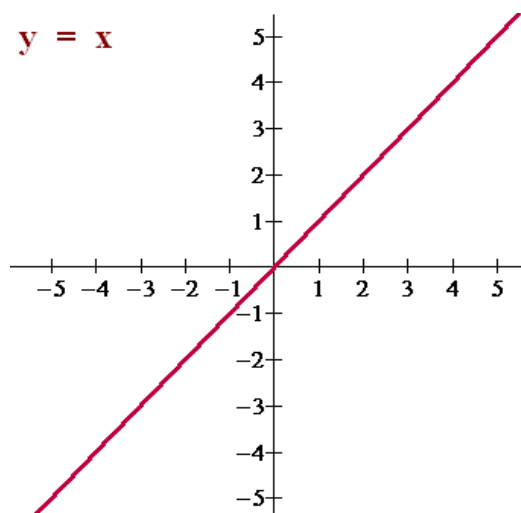
### 2.15.1 Función Identidad.

Graficar:  $y = x$

<b>x</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>-1</b>	<b>-2</b>	<b>-3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>y</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>-1</b>	<b>-2</b>	<b>-3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Dominio y Rango de la Función:

Dominio =  $\langle -\infty \quad +\infty \rangle$       Rango =  $\langle -\infty \quad +\infty \rangle$

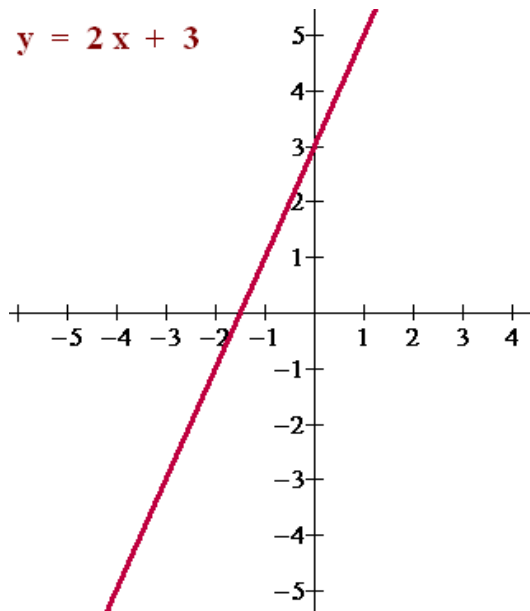


### 2.15.2 Función Lineal.

Graficar:  $y = 2x + 3$

Dominio =  $\langle -\infty \quad +\infty \rangle$       Rango =  $\langle -\infty \quad +\infty \rangle$

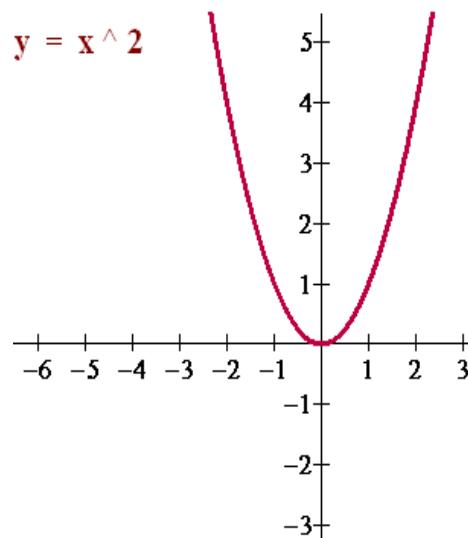
<b>x</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>y</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>5</b>



### 2.15.3 Función Cuadrática.

Graficar  $y = x^2$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



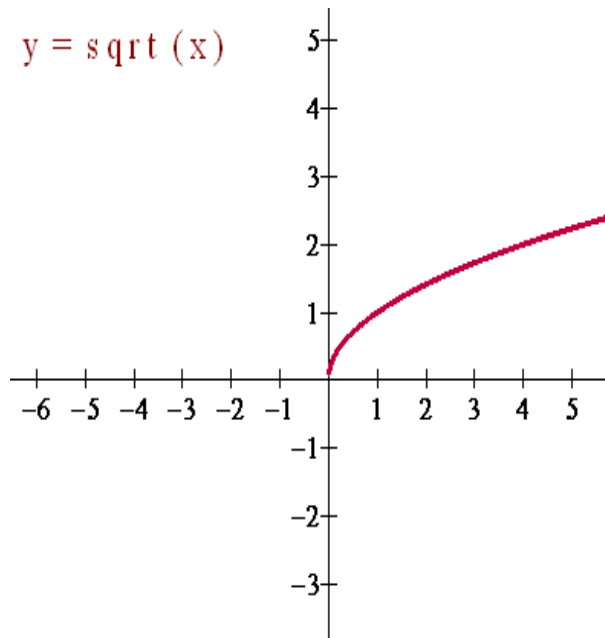
Dominio =  $\langle -\infty \quad +\infty \rangle$  Rango =  $[0 \quad +\infty \rangle$

### 2.15.4 Función Raíz Cuadrada.

Graficar:  $y = \sqrt{x}$

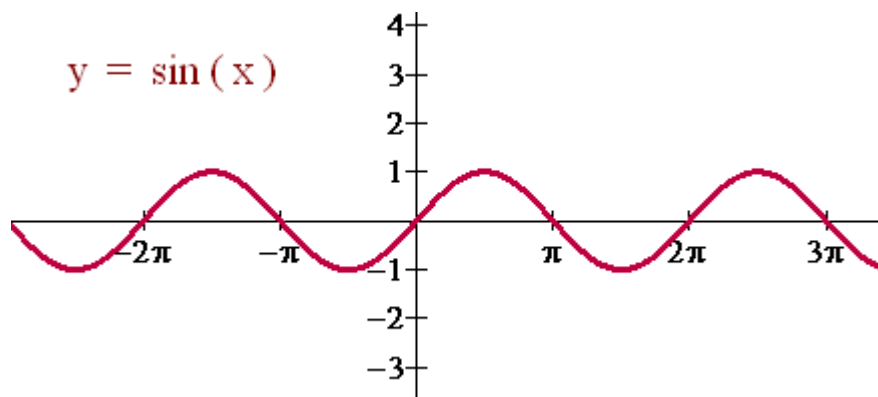
<b>x</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
<b>y</b>	<b>2</b>	<b>1.7</b>	<b>1.4</b>	<b>1</b>	<b>0</b>

Dominio =  $[ 0 \ +\infty >$       Rango =  $[ 0 \ +\infty >$



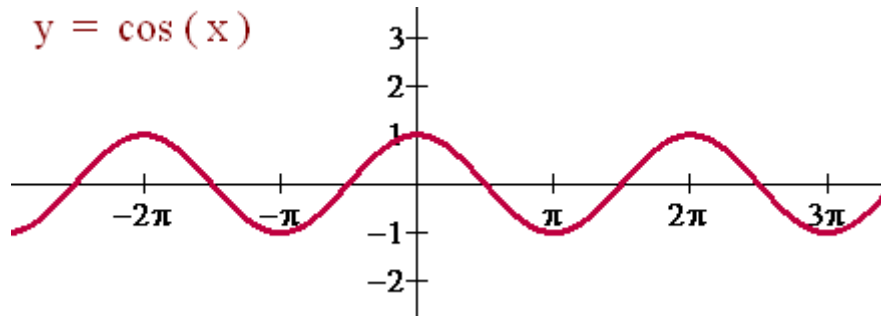
**2.15.5 Función Seno:**       $y = \text{sen } x$

<b>X</b>	<b>0</b>	<b><math>\pi/2</math></b>	<b><math>\pi</math></b>	<b><math>3/2 \pi</math></b>	<b><math>2 \pi</math></b>	→ Radianes
<b>y</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	



**2.15.6 Función Coseno:**       $y = \text{cos } x$

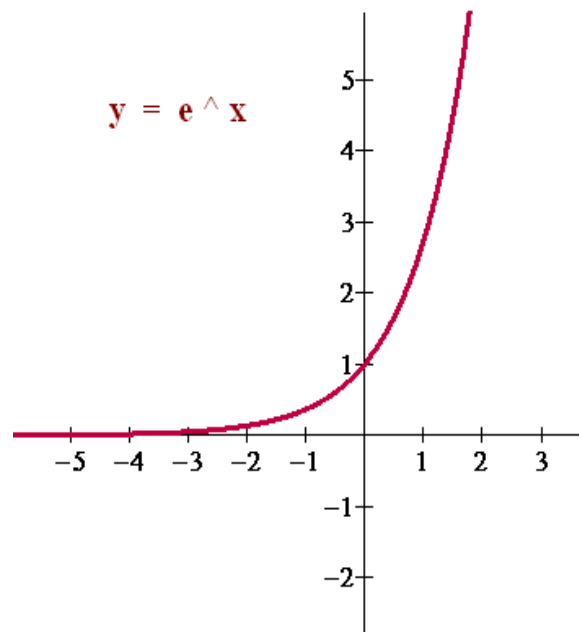
<b>X</b>	<b>0</b>	<b><math>\pi/2</math></b>	<b><math>\pi</math></b>	<b><math>3/2 \pi</math></b>	<b><math>2 \pi</math></b>	→ Radianes
<b>y</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	



**2.15.7 Función Exponencial.**  $y = e^x$

$e = 2,718$  (base de los logaritmos neperianos)

<b>X</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>y</b>	<b>1</b>	<b>2,718</b>	<b>7,38</b>	<b>20,07</b>



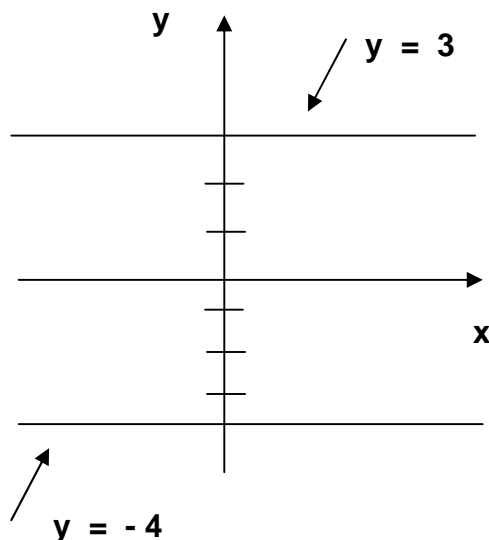
**2.15.8 Función Constante.** Es toda recta paralela al eje “x”.

Ejemplos

$y = 3$

$y = 5$





### AUTOEVALUACIÓN

1. Con la ecuación de la recta  $y = 3x - 6$ , hallar los valores de los interceptos con los ejes eje "y" y "x". Comprobar la solución mediante su gráfico. Solución:  $b = -6$   $a = 2$ .
2. Graficar la función  $y = x^2 + x - 6$  y determinar su dominio y rango. Solución:  $D(f) = \langle - , + \rangle = \text{Reales}$   $R(f) = \left[ -\frac{25}{4}, + \right)$ .
3. En la función  $y = 2x^2 - 3x + 1$ , hallar  $f(2)$ . Solución:  $3$
4. En la ecuación  $y = mx + b$ , hallar los valores de  $m$  y  $b$  si se conoce que  $f(2) = -4$  y  $f(5) = 2$ . Solución:  $m = 2$   $b = -8$ .
5. Hallar los valores de  $x$  donde  $f(x) = 0$  en la función  $y = x^2 - 7x + 12$  Solución:  $x_1 = 4$   $x_2 = 3$
6. Dada la función  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x-2}}$ , hallar la función inversa. Solución:  $f'(x) = \frac{1}{x^2} + 2$